

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ХАРКІВСЬКА НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ МІСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА**

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ  
ДО ВИКОНАННЯ КОНТРОЛЬНИХ ЗАВДАНЬ  
„РОЗРАХУНОК НА РОЗТЯГ-СТИСК”  
З ОПОРУ МАТЕРІАЛІВ**

(для студентів 2 курсу денної форми навчання спеціальностей  
6.092100 – „Промислове і цивільне будівництво”)

**ХАРКІВ-ХНАМГ-2007**

Методичні вказівки до виконання контрольних завдань „Розрахунок на розтяг-стиск" з опору матеріалів (для студентів 2 курсу денної форми навчання спеціальностей 6.092100 „Промислове і цивільне будівництво"). Укл. Л.С. Андрієвська.- Харків: ХНАМГ, 2007.- 26 с.

Укладач: Л.С. Андрієвська

Рецензент: В.П. Шпачук

Рекомендовано кафедрою теоретичної і будівельної механіки,  
протокол № 1 від 28.08.2007р.

Опір матеріалів є одним з основних курсів у підготовці інженерно-технічних кадрів. Базуючись на висновках теоретичної механіки та використовуючи відповідний математичний апарат, опір матеріалів розглядає питання міцності, жорсткості та стійкості машин і споруд.

При вивченні курсу опору матеріалів найбільш ефективним методом є самостійне виконання студентами контрольних завдань. При самостійному освоєнні теми студентам рекомендується закріпити знання теоретичного матеріалу, розібрати відповідний приклад і розв'язати задачі із запропонованого варіанту.

Контрольне завдання „Розрахунок на розтяг-стиск” складається з чотирьох задач. У цих вказівках зібрано типові задачі з даного розділу і рекомендацій до їх виконання.

Мета завдання - засвоєння методики побудови епюр поздовжніх сил і нормальних напружень при розтягу-стиску, вибір поперечного перерізу стержнів з умови міцності, вибір допустимого навантаження. Надані методичні вказівки складено з метою допомоги студентам у самостійній роботі, при підготовці до занять, контрольних робіт, тестового контролю, захисті змістових модулів, заліків та іспитів з опору матеріалів.

## ОДИНИЦІ ВИМІРУ

У роботі прийнята міжнародна система одиниць СІ. Користуючись довідниками механічних характеристик з технічною системою одиниць, слід застосовувати такі залежності:

$$1 \text{ кгс} = 10 \text{ Н}; 1 \text{ тс} = 10 \text{ кН}, 1 \text{ кН} = 10^3 \text{ Н};$$

$$1 \text{ тс/м} = 10 \text{ кН/м};$$

$$1 \text{ кгс/см}^2 = 0,1 \text{ МПа}, 1 \text{ МПа} = 10^6 \text{ Па} = 0,1 \text{ кН/см}^2 = 10^3 \text{ кН/м}^2;$$

$$1 \text{ тс} \cdot \text{м} = 10 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

### ***Задача № 1. Розрахунок статично визначених стержневих систем при розтягу-стиску***

Для заданої системи (табл.1) визначити зусилля у стержнях, підібрати перерізи стержнів, вважаючи, що вони виготовлені зі сталі,  $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$ . Вихідні дані взяти з табл.2.

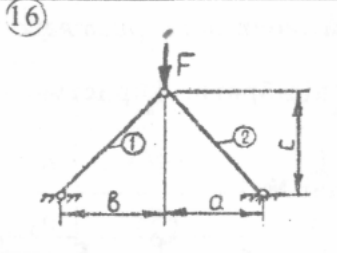
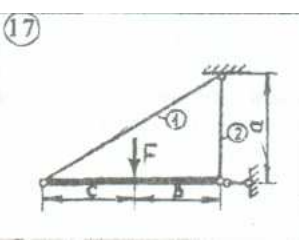
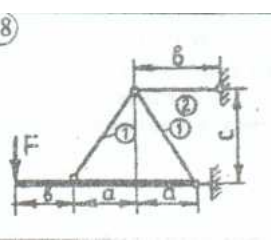
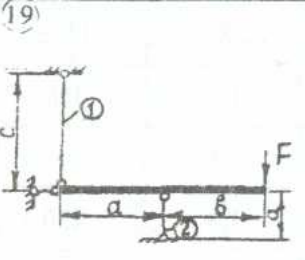
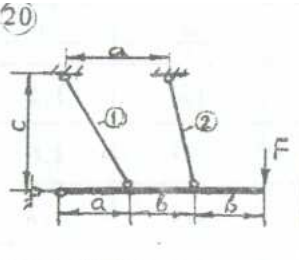
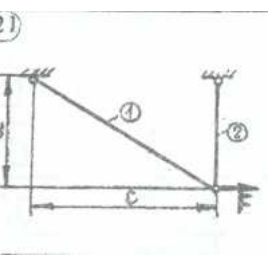
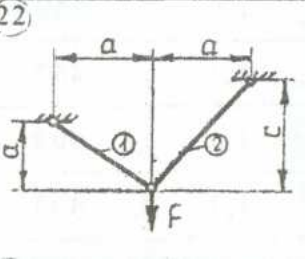
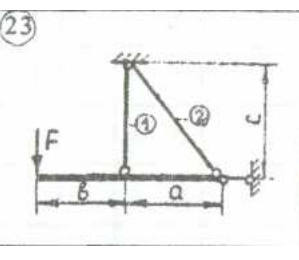
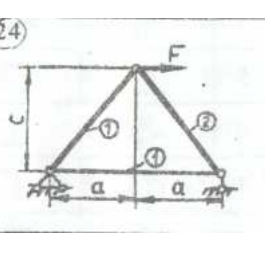
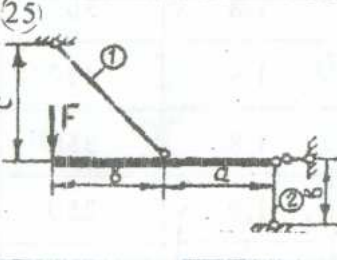
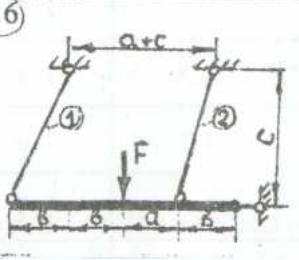
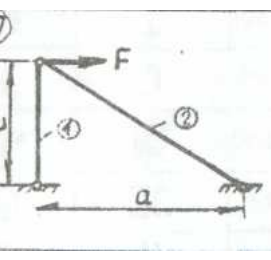
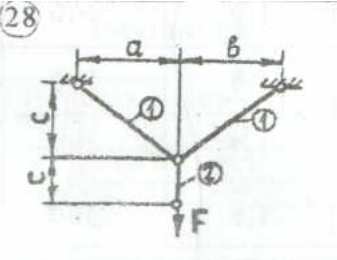
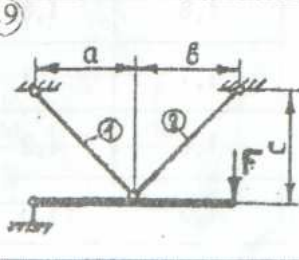
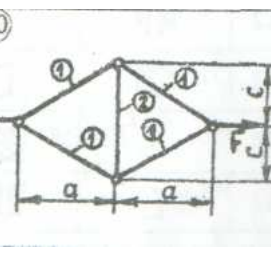
#### Зміст завдання

1. Користуючись табл. 1 і 2, відповідно до заданого варіанта накреслити розрахункову схему.

2. При визначенні поздовжніх зусиль у стержнях треба користуватися методом перерізів. Уявно перерізати стержні поперечним перерізом, замінити дію відкинутої частини внутрішніми зусиллями.

Таблиця 1 – Схеми систем до задачі № 1

1		2		3	
4		5		6	
7		8		9	
10		11		12	
13		14		15	































<p>(16)</p> 	<p>(17)</p> 	<p>(18)</p> 
<p>(19)</p> 	<p>(20)</p> 	<p>(21)</p> 
<p>(22)</p> 	<p>(23)</p> 	<p>(24)</p> 
<p>(25)</p> 	<p>(26)</p> 	<p>(27)</p> 
<p>(28)</p> 	<p>(29)</p> 	<p>(30)</p> 

Із рівнянь статичної рівноваги для залишеної частини визначити внутрішні поздовжні зусилля у стержнях.































*Поздовжнє зусилля вважається додатним, коли воно розтягує стержень, і від'ємним - коли стискає.*

3. Розміри поперечного перерізу стержнів підібрати, користуючись умовою міцності при розтягу-стиску.

Таблиця 2 - Вихідні дані до задачі № 1



з/п	Переріз ①	Переріз ②	$a$ , м	$b$ , м	$c$ , м	$F$ , кН
1	2	3	4	5	6	7
1			1,6	1,5	1,7	400
2			1,7	1,6	1,6	300
3			1,8	1,7	1,9	250
4			1,5	1,3	1,8	350
5			1,4	1,1	1,7	450
6			1,5	1,2	1,6	500
7			1,6	1,3	1,7	400
8			1,7	1,4	1,8	300
9			1,8	1,5	1,9	450
10			1,7	1,6	1,8	350
11			1,8	1,7	1,9	250
12			1,8	1,8	1,9	200
13			1,7	1,1	1,8	500
14			1,6	1,2	1,7	400
15			1,5	1,3	1,6	300

Продовження табл.1

1	2	3	4	5	6	7
16			1,4	1,4	1,5	200
17			1,6	1,5	1,7	250
18			1,7	1,6	1,9	350
19			1,8	1,7	2,0	450
20			1,8	1,8	2,0	400
21			2,0	1,5	2,0	500
22			1,5	2,0	3,0	450
23			2,0	1,8	2,0	400
24			2,0	2,0	3,0	600
25			3,0	2,5	2,0	500
26			2,0	2,4	3,0	450
27			2,2	2,0	3,0	500
28			2,0	1,8	2,2	500
29			2,4	1,6	3,0	450
30			2,5	2,0	3,0	600

Приклад виконання задачі № 1

Вихідні дані:

Переріз ①	Переріз ②	$a$ , м	$b$ , м	$c$ , м	$[\sigma]$ , кН/см <sup>2</sup>	$F$ , кН
		2	4	3	16	40

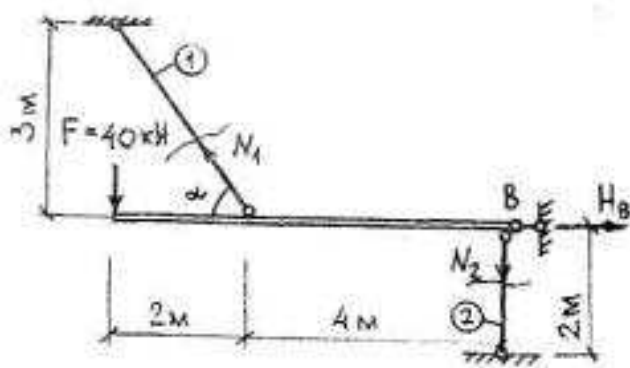


Рис. 1

$$\sin \alpha = \frac{3}{\sqrt{3^2 + 2^2}} = \frac{3}{\sqrt{13}} 0,775;$$

$$\cos \alpha = \frac{2}{\sqrt{13}} = 0,517.$$

Рівняння рівноваги:

$$\left. \begin{aligned} \sum x = 0, & \quad -N_1 \cos \alpha + H_B = 0 \\ \sum y = 0, & \quad N_1 \sin \alpha - N_2 - F = 0 \\ \sum M_B = 0, & \quad N_1 \sin \alpha \cdot 4 + F \cdot 6 = 0 \end{aligned} \right\}$$

$$N_1 = \frac{F \cdot 6}{\sin \alpha \cdot 4} = \frac{40 \cdot 6}{0,775 \cdot 4} = 77,4 \text{ кН}.$$

$$N_2 = N_1 \cdot \sin \alpha - F = 77,4 \cdot 0,775 - 40 = 19,98 \text{ кН}.$$

Умова міцності при розтягу-стиску:

$$\sigma = \frac{N}{A} \leq [\sigma] \rightarrow A \geq \frac{N}{[\sigma]}.$$

$$A_1 \geq \frac{N_1}{[\sigma]} = \frac{77,4}{16} = 4,84 \text{ см}^2, \quad A_1^{\text{зад}} = \frac{A_1}{2} = 2,42 \text{ см}^2; \quad A_1^{\text{вир}} = 2,43 \text{ см}^2; \quad \text{№3,2.}$$

$$A_2 \geq \frac{N_2}{[\sigma]} = \frac{19,98}{16} = 1,25 \text{ см}^2, \quad a_2 = \sqrt{A_2} = \sqrt{1,25} = 1,118 \text{ см}.$$

## Задача № 2. Розрахунок на розтяг-стиск статично визначеного ступінчастого бруса з урахуванням його власної ваги

Для заданого стержня (табл. 3), враховуючи його власну вагу, визначити поздовжні зусилля і нормальні напруження на кожній ділянці; побудувати епюри поздовжніх сил, нормальних напружень; визначити переміщення заданого перерізу В-В, Вихідні дані взяти з табл.4, 5.

### Зміст завдання

1. Користуючись табл. 3, 4, відповідно до заданого варіанту накреслити розрахункову схему ступінчастого стержня з указанням його лінійних розмірів і зовнішніх сил.

2. При визначенні поздовжніх зусиль у перерізах ступінчастого стержня необхідно користуватися методом перерізів. Уявно на кожній з ділянок провести поперечний переріз. З умови рівноваги залишеної частини стержня



визначити поздовжнє зусилля, яке є додатним, якщо воно розтягує стержень, і від'ємним, коли стискає його.

3. Нормальні напруження на кожному поперечному перерізі визначити як відношення поздовжнього зусилля до площини перерізу:

$$\sigma_i = \frac{N_i}{A_i}.$$

4. Переміщення перерізу I-I залежить від деформації тієї частини стержня, що знаходиться між перерізом I-I і закріпленням стержня.

Подовження або скорочення цієї частини стержня від зовнішньої сили визначається за формулою

$$\Delta l_F = \frac{F \cdot l}{E \cdot A},$$

а від власної ваги - за формулою

$$\Delta l_G = \frac{G \cdot l}{2E \cdot A}.$$

## Приклад виконання задачі № 2

Для заданого ступінчастого стержня, виготовленого зі сталі, побудувати епюри поздовжніх сил і нормальних напружень. Визначити переміщення перерізу В-В.

Вихідні дані:  $A_1 = 10 \text{ см}^2 = 10^{-3} \text{ м}^2$ ;  $A_2 = A_3 = 20 \text{ см}^2 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2$ ;

$$\rho = 78 \text{ кН/м}^3; E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}.$$

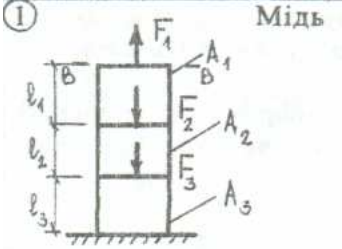
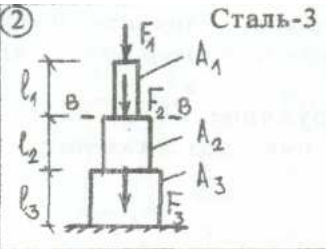
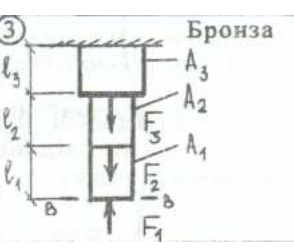
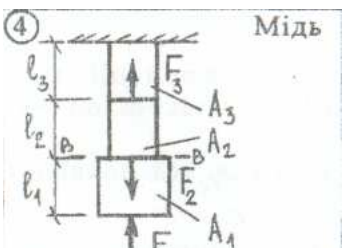
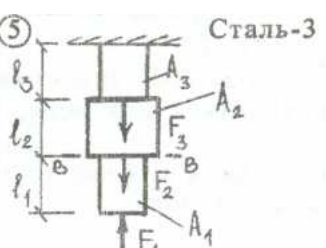
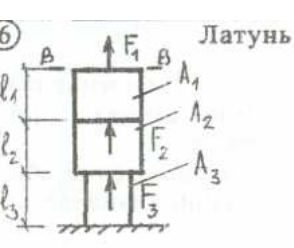
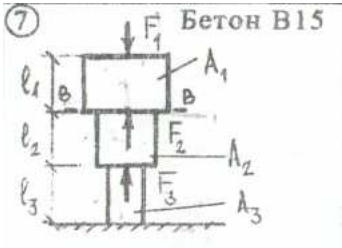
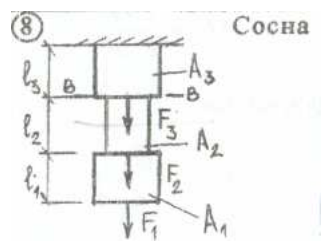
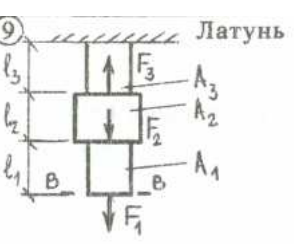
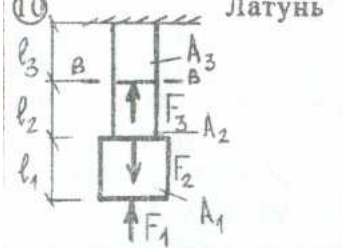

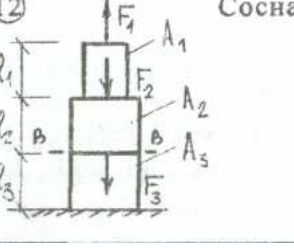
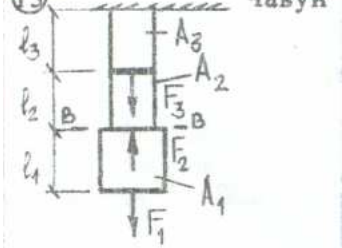

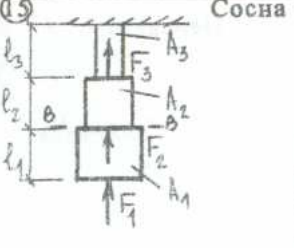
Переріз I-I:  $0 \leq x_1 \leq 4 \text{ м}$ .

$$\sum x=0 \rightarrow N_1 = F_1 + \rho \cdot A_1 \cdot x_1;$$

$$N_{1x_1=0} = 5 \text{ кН}; N_{1x_1=4} = 5 + 78 \cdot 10^{-3} \cdot 4 = 5,312 \text{ кН}.$$

$$\sigma_{1x_1=0} = \frac{N_1}{A_1} = \frac{5}{10^{-3}} = 5 \cdot 10^3 \text{ кН/м}^2; \sigma_{1x_1=4} = \frac{5,312}{10^{-3}} = 5,312 \cdot 10^3 \text{ кН/м}^2$$

Таблиця 3 – Схеми стержнів до задачі № 2

<p>① Мідь</p> 	<p>② Сталь-3</p> 	<p>③ Бронза</p> 
<p>④ Мідь</p> 	<p>⑤ Сталь-3</p> 	<p>⑥ Латунь</p> 
<p>⑦ Бетон В15</p> 	<p>⑧ Сосна</p> 	<p>⑨ Латунь</p> 
<p>⑩ Латунь</p> 	<p>⑪ Дюралюмін</p> 	<p>⑫ Сосна</p> 
<p>⑬ Чавун</p> 	<p>⑭ Дюралюмін</p> 	<p>⑮ Сосна</p> 

<p>①⑥ Бронза</p>	<p>①⑦ Мідь</p>	<p>①⑧ Сталь-3</p>
<p>①⑨ Бронза</p>	<p>②⑩ Дюралюмін</p>	<p>②⑪ Сосна</p>
<p>②② Латунь</p>	<p>②③ Бетон В20</p>	<p>②④ Сосна</p>
<p>②⑤ Латунь</p>	<p>②⑥ Чавун</p>	<p>②⑦ Дюралюмін</p>
<p>②⑧ Сосна</p>	<p>②⑨ Чавун</p>	<p>③⑩ Бронза</p>

Таблиця 4 - Вихідні дані до задачі № 2

№ з/п	$F_1$ , кН	$F_2$ , кН	$F_3$ , кН	$l_1$ , м	$l_2$ , м	$l_3$ , м	$A_1$ , см <sup>2</sup>	$A_2$ , см <sup>2</sup>	$A_3$ , см <sup>2</sup>
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	4	7	8	3	2	2	8	12	12
2	3	5	6	2	3	4	10	15	8
3	5	3	5	4	2	3	15	16	10
4	7	4	6	5	4	2	20	10	12
5	6	4	5	3	3	4	25	18	20
6	5	3	4	2	4	3	10	20	10
7	9	2	7	3	2	3	15	12	8
8	10	8	6	5	3	4	20	16	15
9	9	10	8	4	2	2	9	15	10
10	10	7	9	4	3	2	12	10	20
11	10	8	6	2	3	4	20	10	12
12	15	10	8	3	2,5	4	15	12	10
13	15	8	10	4	3	2,5	10	8	12
14	8	6	4	3,5	4	2	12	10	14
15	7	4	10	2,5	3	4,5	14	14	10
16	5	6	8	4	4	3	10	15	10
17	6	4	5	5	3,5	2,5	8	10	10
18	4	8	10	4,5	3	4	14	12	20
19	3	7	9	3,5	5	2	10	14	10
20	7	4	5	3	4	3,5	15	10	12
21	4	8	3	2	3	3,5	8	12	8
22	3	4	7	4	2,5	3	10	14	8
23	5	6	10	3	2,5	4	20	12	14
24	7	3	5	2,5	4	3	15	10	15
25	6	4	12	3,5	2,5	4	14	10	14
26	5	10	6	4,5	3	4	12	8	10
27	8	4	3	2	3,5	4	10	12	10
28	10	5	10	3	4,5	3	12	20	12
29	12	6	4	4	2,5	3,5	16	10	14
30	10	8	5	5	4	3	10	15	10

Переріз II - II:  $\underline{4\dot{\imath} \leq x_2 \leq 9\dot{\imath}}$ .

$$\sum_{x=0} \rightarrow N_2 = F_1 + \rho \cdot A_1 \cdot l_1 + F_2 + \rho \cdot A_2 \cdot (x_2 - 4);$$

$$N_{4x_2=4} = 5,312 + 3 = 8,312 \text{ еІ} ; N_{4x_2=9} = 8,312 + 78 \cdot 2 \cdot 10^{-3} (9 - 4) = 9,092 \text{ еІ} .$$

$$\sigma_{4x_2=4} = \frac{N_2}{A_2} = \frac{8,312}{2 \cdot 10^{-3}} = 4,156 \cdot 10^3 \text{ еІ} / \dot{\imath}^2 ;$$

$$\sigma_{x_2=9} = \frac{9,092}{2 \cdot 10^{-3}} = 4,546 \cdot 10^3 \text{ êÍ / ì }^2.$$

Переріз III - III:  $\underline{9\text{ ì } \leq x_3 \leq 12\text{ ì } .}$

$$\sum x=0 \rightarrow N_3 = F_1 + \rho \cdot A_1 \cdot l_1 + F_2 + \rho \cdot A_2 \cdot l_2 - F_3 + \rho \cdot A_3 \cdot (x_3 - 9);$$

$$N_{x_3=9} = 9,092 - 10 = -0,908 \text{ êÍ } ; N_{x_3=12} = -0,908 + 78 \cdot 2 \cdot 10^{-3} (12 - 9) = -0,44 \text{ êÍ } .$$

$$\sigma_{x_3=9} = \frac{N_3}{A_3} = -\frac{0,908}{2 \cdot 10^{-3}} = -0,454 \cdot 10^3 \text{ êÍ / ì }^2;$$

$$\sigma_{x_3=12} = -\frac{0,44}{2 \cdot 10^{-3}} = -0,22 \cdot 10^3 \text{ êÍ / ì }^2.$$

Будуємо епюри „N” і „σ” (рис. 2).

Визначаємо повне переміщення перерізу В-В:

$$\begin{aligned} \Delta_{B-B} = \Delta l_3 &= \frac{l_3}{E \cdot A_3} \left( F_1 + \rho \cdot A_1 \cdot l_1 + F_2 + \rho \cdot A_2 \cdot l_2 - F_3 + \frac{1}{2} \rho \cdot A_3 \cdot l_3 \right) = \\ &= \frac{3}{2 \cdot 10^5 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 10^{-3}} \left( 5 + 78 \cdot 10^{-3} \cdot 4 + 3 + 78 \cdot 2 \cdot 10^{-3} \cdot 5 - 10 + \right. \\ &\left. + \frac{1}{2} \cdot 78 \cdot 2 \cdot 10^{-3} \cdot 3 \right) = -\frac{3 \cdot 0,674}{2 \cdot 10^5 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 10^{-3}} = -0,5055 \cdot 10^{-5} \text{ ì } . \end{aligned}$$

Таблиця 5 –Механічні характеристики матеріалів

Матеріал	Сталь 3	Мідь	Латунь	Бронза	Бетон В15	Бетон В20	Сосна	Дюралюмін	Чавун сірий
$E \cdot 10^5$ , МПа	2,1	1,1	0,9	0,89	0,18	0,23	0,1	0,7	1,15
$\rho$ , кН./м <sup>3</sup>	78	89,4	85	85	24	24	5,3	27,9	70

Епюра « $N$ » [кН] Епюра « $\sigma$ » [кН/м<sup>2</sup>]

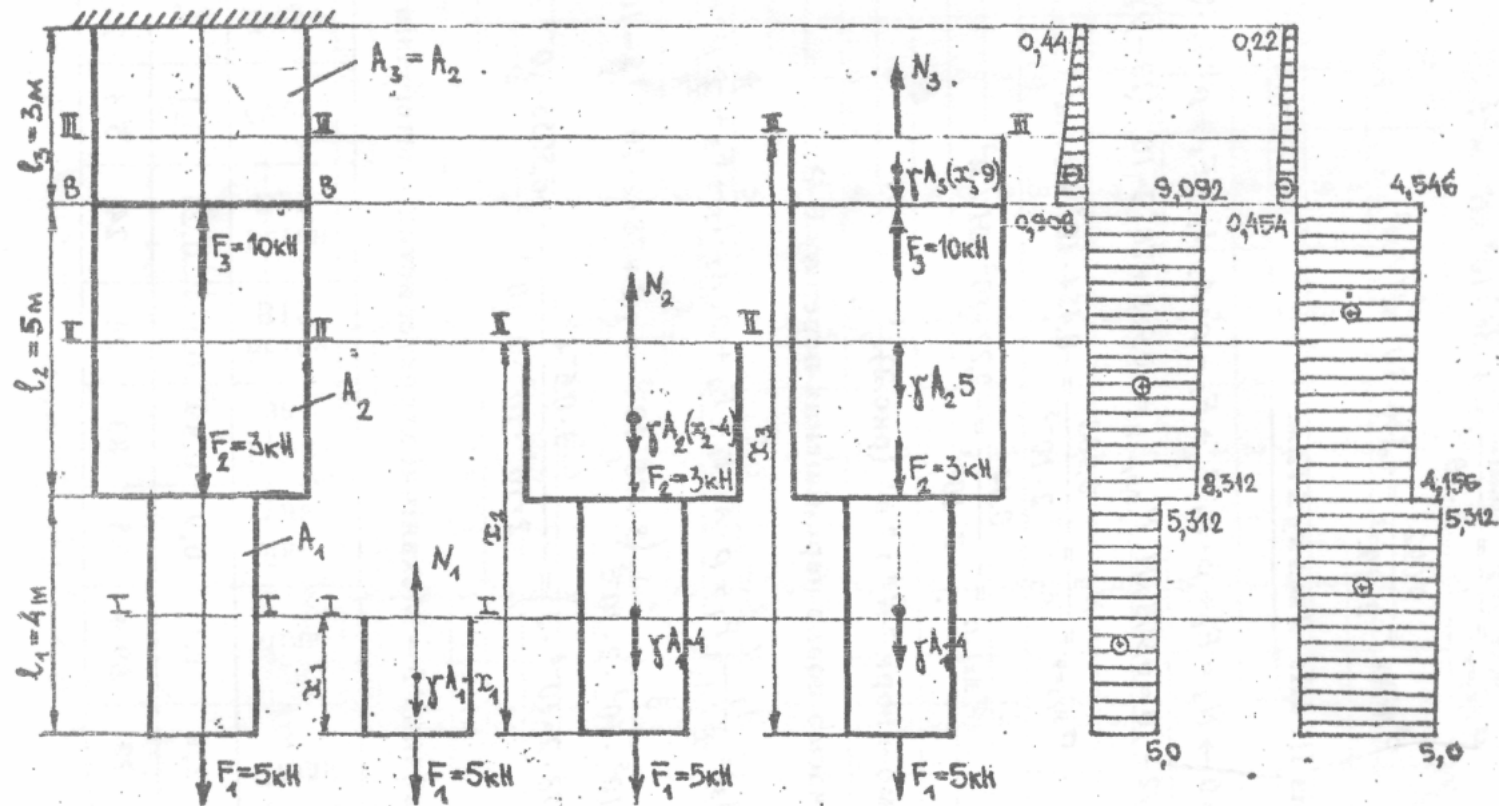


Рис. 2

### Задача № 3. Розрахунок статично невизначеного ступінчастого бруса на розтяг-стиск

Для заданого статично невизначеного ступінчастого стержня побудувати епюри поздовжніх сил та нормальних напружень. Вихідні дані взяти з табл. 6,7.

#### Зміст завдання

1. Користуючись табл. 6, 7, відповідно до заданого варіанту накреслити розрахункову схему стержня з указанням його лінійних розмірів та зовнішнього навантаження.

2. З умови статичної рівноваги зовнішнього навантаження записати рівняння рівноваги. Визначити показник статичної невизначеності системи.

3. Записати рівняння сумісності деформацій (переміщень) стержня. Для цього треба:

а) умовно відкинути одну з опор;

б) визначити переміщення бруса від зовнішніх сил і від реакції відкинутої опори (при цьому подовження бруса вважаємо додатним, а стискання - від'ємним);

в) прирівняти сумарне подовження нулю.

4. Розв'язати систему рівнянь статичної рівноваги і сумісності деформацій, визначити реакції опор.

5. Побудувати епюри поздовжніх зусиль.

6. З умови міцності підібрати площину поперечного перерізу бруса:

$$\sigma_i = \frac{N_i}{A_i} \leq [\sigma] \rightarrow A_i \geq \frac{N_i}{[\sigma]}$$

7. Побудувати епюру нормальних напружень.

#### Приклад виконання задачі № 3

Вихідні дані:

$F_1$ , кН	$F_2$ , кН	$l_1$ , м	$l_2$ , м	$l_3$ , м	$[\sigma]$ , кН/см <sup>2</sup>
200	600	1	2	4	16

1. Рівняння рівноваги:  $\sum y = 0$ ,  $R_A - F_1 + F_2 - R_B = 0$ .

Таблиця 6 – Схеми стержнів до задачі № 3

<p>①</p>	<p>②</p>	<p>③</p>
<p>④</p>	<p>⑤</p>	<p>⑥</p>
<p>⑦</p>	<p>⑧</p>	<p>⑨</p>
<p>⑩</p>	<p>⑪</p>	<p>⑫</p>
<p>⑬</p>	<p>⑭</p>	<p>⑮</p>



<p>16</p>	<p>17</p>	<p>18</p>
<p>19</p>	<p>21</p>	<p>21</p>
<p>22</p>	<p>23</p>	<p>24</p>
<p>25</p>	<p>26</p>	<p>27</p>
<p>28</p>	<p>29</p>	<p>30</p>

Таблиця 7 – Вихідні дані до задачі № 3

№ п/п	$F_1$ , кН				$F_2$ , кН				$l_1$ , м	$l_2$ , м	$l_3$ , м
	1	2	3	4	1	2	3	4			
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	400	300	200	100	100	200	400	300	0,6	0,4	0,2
2	400	300	100	200	100	200	300	400	0,4	0,6	0,2
3	400	200	100	300	200	300	400	500	0,2	0,4	0,6
4	300	200	100	400	200	400	500	600	0,2	0,6	0,4
5	400	300	200	500	200	300	400	500	0,4	0,2	0,6
6	400	300	200	600	100	200	300	400	0,8	0,4	0,2
7	200	300	400	500	400	100	200	300	0,5	0,3	0,4
8	300	200	100	400	400	300	100	200	0,3	0,5	0,4
9	400	200	100	300	400	300	200	100	0,4	0,5	0,3
10	100	300	400	200	400	100	300	200	0,5	0,4	0,3
11	400	300	200	100	400	100	200	300	0,4	0,5	0,3
12	400	300	100	200	100	200	300	400	0,3	0,4	0,5
13	400	100	200	300	200	300	400	500	0,2	0,3	0,5
14	100	200	300	400	300	400	500	600	0,2	0,5	0,3
15	200	300	400	500	400	300	200	100	0,4	0,2	0,6
16	300	400	500	600	100	400	300	200	0,3	0,5	0,4
17	200	300	400	500	-	-	-	-	0,2	0,3	0,6
18	100	200	300	400	-	-	-	-	0,6	0,2	0,4
19	-	-	-	-	300	400	500	600	0,4	0,2	0,4
20	-	-	-	-	100	200	300	400	0,4	0,4	0,2
21	400	300	200	100	-	-	-	-	0,3	0,5	0,4
22	400	300	100	200	-	-	-	-	0,2	0,4	0,6
23	-	-	-	-	400	300	100	200	0,6	0,2	0,4
24	-	-	-	-	100	200	400	300	0,3	0,4	0,5
25	200	300	400	500	-	-	-	-	0,5	0,4	0,3
26	300	400	500	600	-	-	-	-	0,4	0,2	0,6
27	-	-	-	-	100	200	300	400	0,6	0,2	0,4
28	-	-	-	-	200	300	400	500	0,2	0,6	0,4
29	400	100	200	300	300	400	500	600	0,6	0,4	0,2
30	400	300	100	200	400	300	100	200	0,4	0,2	0,6

2. Визначення показника статичної невизначеності системи:

$$n = 2 - 1 = 1.$$

3. Рівняння сумісності деформацій:

$$\Delta l = \Delta l_{(F_1)} + \Delta l_{(F_2)} + \Delta l_{(R_B)} = 0.$$

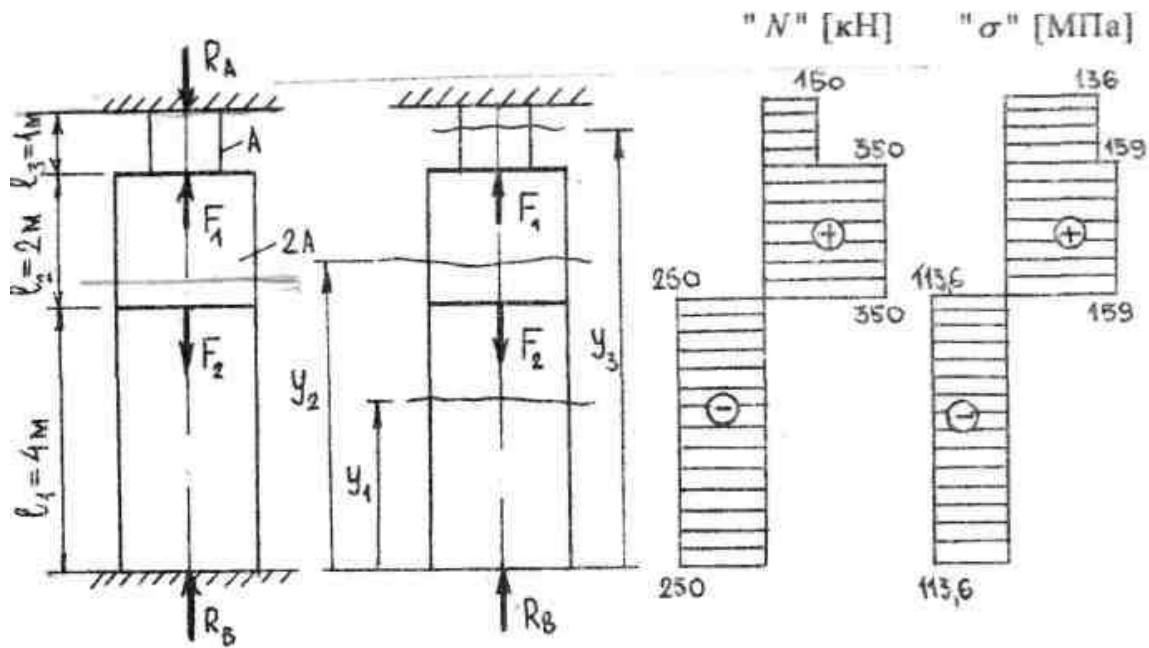


Рис. 3

4. Фізичні рівняння:

$$\Delta l_{(F_1)} = -\frac{F_1 \cdot l_1}{E \cdot A}; \quad \Delta l_{(F_2)} = \frac{F_2 \cdot l_1}{E \cdot A} + \frac{F_2 \cdot l_2}{E \cdot 2A} = \frac{F_2(2l_1 + l_2)}{E \cdot 2A};$$

$$\Delta l_{(R_B)} = -\frac{R_B \cdot l_1}{E \cdot A} - \frac{R_B \cdot l_2}{E \cdot 2A} - \frac{R_B \cdot l_3}{E \cdot 2A} = -\frac{R_B(2l_1 + l_2 + l_3)}{E \cdot 2A};$$

5. Розв'язання повної системи рівнянь:

$$\left. \begin{aligned} R_A - F_1 + F_2 - R_B &= 0, \\ -\frac{F_1 \cdot l_1}{E \cdot A} + \frac{F_2(2l_1 + l_2)}{E \cdot 2A} - \frac{R_B(2l_1 + l_2 + l_3)}{E \cdot 2A} &= 0 \end{aligned} \right\}$$

$$R_B = \frac{[-F_1 \cdot l_1 \cdot 2 + F_2(2l_1 + l_2)] \cdot E \cdot 2A}{E \cdot 2A \cdot (2l_1 + l_2 + l_3)} = -\frac{-200 \cdot 2 \cdot 1 + 600(2 \cdot 1 + 2)}{(2 \cdot 1 + 2 + 4)} =$$

$$= \frac{2000}{8} = 250 \text{ кН}.$$

$$R_A = F_1 - F_2 + R_B = 200 - 600 + 250 = -150 \text{ кН}.$$

6. Побудова епюри поздовжніх сил (рис. 3):

$$0 \leq y_1 \leq 4 \text{ м} . N(y_1) = -R_B = -250 \text{ кН} .$$

$$4 \text{ м} \leq y_2 \leq 6 \text{ м} . N(y_2) = -R_B + F_2 = -250 + 600 = 350 \text{ кН} .$$

$$6 \text{ м} \leq y_3 \leq 7 \text{ м} . N(y_3) = -R_B + F_2 - F_1 = -250 + 600 - 200 = 150 \text{ кН} .$$

7. Умови міцності при розтягу-стиску:

$$\sigma(y_1) = \frac{N(y_1)}{2A} \leq [\sigma] \rightarrow A \geq \frac{N(y_1)}{2[\sigma]} = \frac{250}{2 \cdot 16} = 8 \text{ м}^2 ,$$

$$\sigma(y_2) = \frac{N(y_2)}{2A} \leq [\sigma] \rightarrow A \geq \frac{N(y_2)}{2[\sigma]} = \frac{350}{2 \cdot 16} = 11 \text{ м}^2 ,$$

$$\sigma(y_3) = \frac{N(y_3)}{A} \leq [\sigma] \rightarrow A \geq \frac{N(y_3)}{[\sigma]} = \frac{150}{16} = 9,4 \text{ м}^2 .$$

Прийнято  $A = 11 \text{ м}^2$ .

8. Побудова епюр нормальних напружень (рис. 3):

$$\sigma(y_1) = \frac{N(y_1)}{2A} = -\frac{250}{2 \cdot 11} = -11,36 \text{ кН/м}^2 = -113,6 \text{ МПа} ,$$

$$\sigma(y_2) = \frac{N(y_2)}{2A} = \frac{350}{2 \cdot 11} = 15,9 \text{ кН/м}^2 = 159 \text{ МПа} ,$$

$$\sigma(y_3) = \frac{N(y_3)}{A} = \frac{150}{11} = 13,64 \text{ кН/м}^2 = 136,4 \text{ МПа} .$$

#### **Задача № 4. Розрахунок на розтяг-стиск статично невизначеної стержневої системи**

Для заданої стержневої системи визначити зусилля і напруження у сталевих стержнях (в частках сили  $F$ ); знайти допустиме навантаження  $F_{\text{дон}}$ , коли найбільше напруження дорівнює допустимому  $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$ .

Зміст завдання

1. Користуючись табл. 8, 9, відповідно до заданого варіанту накреслити розрахункову схему.

Використати метод перерізів. Записати рівняння статичної рівноваги системи. Знайти показник статичної невизначеності системи.

3. Розглядаючи систему в деформованому стані, записати рівняння сумісності деформацій (переміщень).

4. Розв'язати повну систему рівнянь з урахуванням закону Гука, визначити зусилля у стержнях в частках сили  $F$ .

5. Визначити напруження у стержнях в частках сили  $F$ .

6. За умовою міцності для найбільш навантаженого стержня визначити допустиме навантаження для всієї системи.

#### Приклад виконання задачі № 4

Вихідні дані:

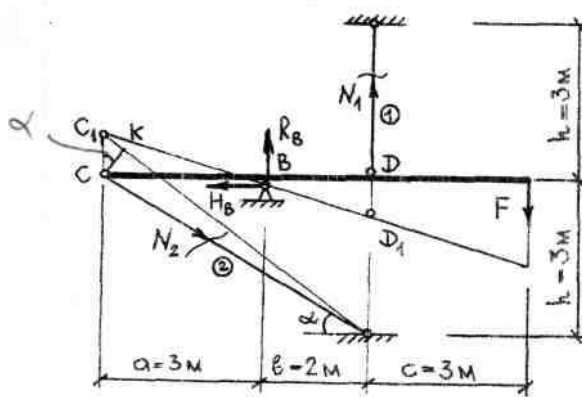


Рис. 4

$a, \text{ м}$	3
$b, \text{ м}$	2
$c, \text{ м}$	3
$h, \text{ м}$	3
$A_1, \text{ см}^2$	6
$A_2, \text{ см}^2$	5
$[\sigma], \text{ МПа}$	160

$$\sin \alpha = \frac{3}{\sqrt{3^2 + 5^2}} = \frac{3}{\sqrt{34}} = 0,514$$

$$\cos \alpha = \frac{5}{\sqrt{34}} = 0,857.$$

$$l_1 = 3 \text{ м}; l_2 = \sqrt{3^2 + 5^2} = 5,8 \text{ м}.$$

1. Рівняння статичної рівноваги:

$$\sum x = 0, \quad -H_B + N_2 \cos \alpha = 0;$$

$$\sum y = 0, \quad -F + N_1 + R_B - N_2 \sin \alpha = 0;$$

$$\sum M_B = 0, \quad N_2 \cdot \sin \alpha \cdot 3 + N_1 \cdot 2 - F \cdot 3 = 0.$$

2. Показник статичної невизначеності системи:

$$n = 4 - 3 = 1.$$

3. Рівняння сумісності деформацій:

$$\Delta C_1 C B \approx \Delta D_1 D B.$$

Таблиця 8 – Схеми систем до задачі № 4

<p>①</p>	<p>②</p>	<p>③</p>
<p>④</p>	<p>⑤</p>	<p>⑥</p>
<p>⑦</p>	<p>⑧</p>	<p>⑨</p>
<p>⑩</p>	<p>⑪</p>	<p>⑫</p>
<p>⑬</p>	<p>⑭</p>	<p>⑮</p>

<p>(16)</p>	<p>(17)</p>	<p>(18)</p>
<p>(19)</p>	<p>(20)</p>	<p>(21)</p>
<p>(22)</p>	<p>(23)</p>	<p>(24)</p>
<p>(25)</p>	<p>(26)</p>	<p>(27)</p>
<p>(28)</p>	<p>(29)</p>	<p>(30)</p>

Таблиця 9 – Вихідні дані до задачі № 4

№ п/п	$a, \text{ м}$	$b, \text{ м}$	$c, \text{ м}$	$h, \text{ м}$	$A_1, \text{ см}^2$	$A_2, \text{ см}^2$
1	2	3	4	5	6	7
1	1,4	1,0	1,2	1,6	5	6
2	1,2	1,8	2,0	1,4	6	8
3	1,6	1,2	1,0	1,8	10	8
4	1,0	1,6	1,4	1,6	4	6
5	1,2	2,0	1,6	1,8	6	7
6	1,8	1,0	1,2	1,6	5	6
7	2,0	1,4	1,6	1,8	4	6
8	1,8	1,6	2,0	1,6	6	6
9	1,6	1,0	1,2	1,8	5	7
10	1,0	1,2	1,6	1,4	8	4
11	1,2	2,0	1,8	1,6	6	5
12	1,6	1,8	1,2	2,0	4	5
13	1,0	1,6	1,4	1,8	6	5
14	2,0	1,4	1,6	1,8	4	7
15	1,2	1,0	1,4	1,6	5	6
16	1,8	2,0	1,6	1,8	8	9
17	2,0	1,0	1,5	2,0	4	3
18	3,0	2,0	1,5	2,0	4	4
19	2,0	2,0	1,0	2,0	5	4
20	2,0	2,0	1,0	3,0	6	4
21	2,0	1,0	1,0	3,0	5	4
22	1,8	1,5	1,0	2,0	4	3
23	2,0	1,0	2,0	2,0	5	3
24	1,6	1,8	1,5	2,0	4	6
25	2,0	1,8	1,0	2,0	8	4
26	2,0	1,5	1,0	2,0	5	6
27	3,0	1,5	1,8	2,0	4	5
28	1,6	1,8	1,4	2,0	5	4
29	1,8	2,0	1,0	1,5	4	3
30	2,0	2,0	1,0	3,0	5	4

$$\frac{CC_1}{CB} = \frac{DD_1}{BD}; CC_1 = \frac{C_1 K}{\sin \alpha} = \frac{\Delta l_2}{\sin \alpha}; DD_1 = \Delta l_1; \frac{\Delta l_2}{\sin \alpha \cdot 3} = \frac{\Delta l_1}{2}.$$

4. Фізичні рівняння:  $\Delta l_1 = \frac{N_1 \cdot l_1}{E \cdot A_1}; \Delta l_2 = \frac{N_2 \cdot l_2}{E \cdot A_2}.$



5. Розв'язання повної системи рівнянь:

$$\frac{N_2 \cdot l_2}{E \cdot A_2 \cdot \sin \alpha \cdot 3} = \frac{N_1 \cdot l_1}{E \cdot A_1 \cdot 2}; N_2 \cdot l_2 \cdot 2 \cdot E \cdot A_1 = N_1 \cdot l_1 \cdot E \cdot A_2 \cdot \sin \alpha \cdot 3;$$

$$N_2 = N_1 \frac{l_1 \cdot A_2 \cdot \sin \alpha \cdot 3}{l_2 \cdot 2 \cdot A_1};$$

$$N_1 \frac{l_1 \cdot A_2 \cdot \sin \alpha \cdot 3 \cdot \sin \alpha \cdot 3}{l_2 \cdot 2 \cdot A_1} + N_1 \cdot 2 = F \cdot 3; N_1 \left( \frac{l_1 \cdot A_2 \cdot \sin^2 \alpha \cdot 9}{l_2 \cdot 2 \cdot A_1} + 2 \right) = F \cdot 3.$$

$$N_1 = F \cdot \frac{3}{\left( \frac{l_1 \cdot A_2 \cdot \sin^2 \alpha \cdot 9}{l_2 \cdot 2 \cdot A_1} + 2 \right)} = F \cdot \frac{3}{\left( \frac{3 \cdot 5 \cdot 10^{-4} \cdot (0,514)^2 \cdot 9}{5,8 \cdot 2 \cdot 6 \cdot 10^{-4}} + 2 \right)} = 1,19 \cdot F.$$

$$N_2 = 1,19 \cdot F \cdot \frac{l_1 \cdot A_2 \cdot \sin \alpha \cdot 3}{l_2 \cdot 2 \cdot A_1} = 1,19 \cdot F \cdot \frac{3 \cdot 5 \cdot 10^{-4} \cdot 0,514 \cdot 3}{5,8 \cdot 2 \cdot 6 \cdot 10^{-4}} = 0,393 \cdot F.$$

6. Визначення напружень:

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} = \frac{1,19 \cdot F}{6 \cdot 10^{-4}} = 0,198 \cdot 10^4 \cdot F. \quad \sigma_2 = \frac{N_2}{A_2} = \frac{0,393 \cdot F}{5 \cdot 10^{-4}} = 0,0786 \cdot 10^4 \cdot F.$$

7. Умова міцності для найбільш навантаженого стержня:

$$\sigma_1 = 0,198 \cdot 10^4 \cdot F \leq [\sigma] \rightarrow F_{\text{дв}} = \frac{[\sigma]}{0,198 \cdot 10^4} = \frac{160 \cdot 10^3}{0,198 \cdot 10^4} = 80,8 \text{ кН}.$$

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Писаренко Г.С., Квітка О.Л., Уманський Є.С. Опір матеріалів. - К.: Вища школа, 1993.
2. Дарков А.И., Шпиро Г.С. Сопротивление материалов. - М.: Высшая школа, 1975.
3. Беляев Н.М Сопротивление материалов. - М.: Высшая школа, 1976.
4. Піскунов В.Г., Федоренко Ю.М., Шевченко В.Д. та ін. Опір матеріалів з основами теорії пружності й пластичності. - К.: Вища школа, 1994.

Навчальне видання

Методичні вказівки до виконання контрольних завдань «Розрахунок на розтяг-стиск» з опору матеріалів (для студентів 2 курсу денної форми навчання спеціальності 6.092100 – «Промислове і цивільне будівництво»).

Укладач: Андрієвська Людмила Станіславівна

Відповідальний за випуск В. П. Шпачук

Редактор М.З. Аляб'єв

План 2007, поз. 266М

Підп. до друку 15.10.07	Формат 60x84 1/16	Папір офісний
Друк на ризографі	Умовн.-друк. арк. 1,5	Обл.-вид.-арк. 1,9
Тираж 200 прим	Зам. №	

61002, ХНАМГ, Харків, вул. Революції, 12

61002, ХНАМГ, Харків, вул. Революції, 12

Сектор оперативної поліграфії при ІОЦ ХНАМГ